平成25年度　和歌山県学習到達度調査

結果分析と指導のポイント

中学校　数学

平成26年2月
和歌山県教育委員会

中学校数学　　結果分析と指導のポイント

１　出題のねらい

①当該学年の１１月までの学習について、基礎的・基本的な知識・技能及びそれらを活用する力が身についているかをみるため、第１学年では「数と式」、「関数」の２領域、第２学年では、「数と式」「関数」、「図形」の３領域から出題した。
②３つの評価の観点「数学的な見方や考え方」、「数学的な技能」、「数量や図形などについての知識・理解」から到達度をみるため、各問ごとに主たる評価の観点を設けて出題した。
③基礎的・基本的な知識・技能を活用する力が身についているかをみるため、「数学的な見方や考え方」を主たる観点として出題した。その際、数学の学習場面を含む日常生活や社会における事象などを対象とした。
④事象を数理的に考察し表現する能力をみるため、「見いだした事柄や事実」、「事柄を調べる方法や手順」、「事柄が成り立つ理由」等を記述するよう出題した。
⑤各学習内容について、基礎的・基本的な知識・技能及びそれらを活用する力が身についているかをみやすくするため、それらを問う大問を交互に配置して出題した。

２　調査結果の概要

○四則計算等、基礎的・基本的な知識・技能を問う問題については概ね良好であるが、答えの求め方や方法、理由を記述する問題等に課題がみられる。

【第１学年】

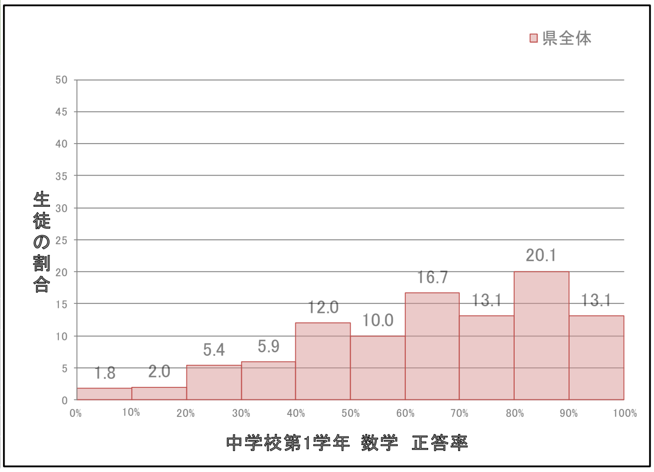
□正の数、負の数を使って反対の性質を表すことは、相当数の生徒ができている。［1(1)90.7%］
□正の数、負の数の乗法の計算については、相当数の生徒ができている。［1(2)②90.7%］
■具体的な事象について、比例を利用して問題を解決する方法を説明することに、課題がみられる。
［8(2)23.3%、無解答率 33.7%］

【第２学年】

□簡単な整式の加法、減法の計算については、良好である［1(1)①89.2%］
■文字式を利用して、事柄が成り立つ理由を説明することに、課題がみられる。
［2(1)10.7%、無解答率 42.7%］

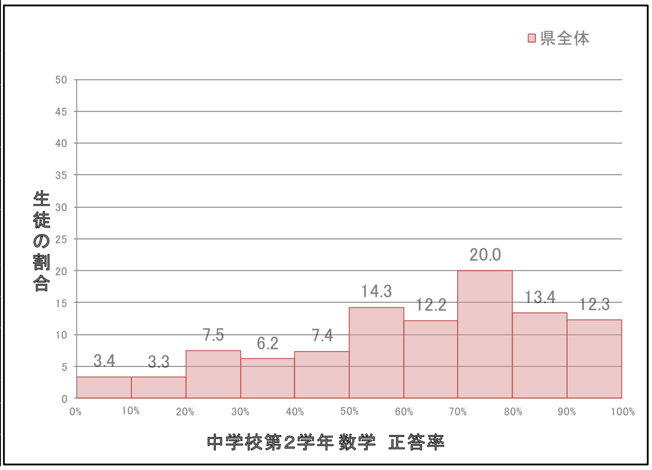
中学校数学　第１学年

分類	区分	平均正答率（%） 県全体
基礎 活用	基礎	69.3
	活用	53.0
領域	数と式	65.0
	図形	
	関数	61.1
	資料の活用	
観点	数学的な見方や考え方	53.0
	数学的な技能	73.3
	数量や図形などについての知識・理解	62.0
問題 形式	選択式	63.1
	短答式	70.6
	記述式	19.1



中学校数学　第２学年

分類	区分	平均正答率（%） 県全体
基礎 活用	基礎	68.9
	活用	47.2
領域等	数と式	61.5
	図形	66.7
	関数	58.4
	資料の活用	
観点	数学的な見方や考え方	47.2
	数学的な技能	73.0
	数量や図形などについての知識・理解	64.8
問題 形式	選択式	64.8
	短答式	67.7
	記述式	28.4



3　誤答例とその分析

○第１学年　正答率の低い問題にみられる誤答例とその分析（基礎・基本問題）

5　次の（1），（2）に答えなさい。

（2）次の方程式①，②，比例式③を解きなさい。

①　$6x=-1$

内容領域・観点の評価	正答率	無解答率
方程式の解き方についての技能	53.5%	8.5%

主な誤答例及び分析

主な誤答例	分　　析
$x=-7$	$6x=-1$ を $6+x=-1$ と捉え、左辺の６を右辺に移項した際、 $x=-1-6$ としている。
$x=5$	$6x=-1$ を $6+x=-1$ と捉え、左辺の６を右辺に移項した際、 $x=-1+6$ としている。
$x=-6$	$6x=-1$ $6\times x=-1$ $x=-1\times 6$ $x=-6$ 左辺の x の係数を1にするために６で割るのだから、右辺では６を掛けて求めると考えている（移項と混同している）。 又は、 $6\times x=-1$ $x=6\div(-1)$ $x=-6$ 左辺の x の係数を1にするために、両辺を６で割ることを理解しているが、右辺を計算するときに単純に大きい数を小さい数で割って求めた。
$x=\dfrac{1}{6}$	負の符号（－）を付け忘れている。

考察及び指導のポイント

この問題は、一元一次方程式を解く際、等式の性質を使って解を求められることがねらいである。ただ、正答率が５３．５％と低く、このような問題を解くことに課題がみられる。

一元一次方程式を解くには、移項によって $Ax=B(A\neq 0)$ の形の方程式に変形し、等式の性質を使って x の係数を1にして解を導く。この考え方は、より複雑な一元一次方程式や次年度に学習する連立方程式を解く際にも重要となる。

しかし、誤答例にみられるように、項や等式の性質の理解が不十分な生徒が多いことが推察される。項や係数についての捉え方及び等式の性質が式を変形する根拠になっていることを充分に理解させる必要がある。

指導事例

一元一次方程式を解くには、等式の性質を基にして式を変形し、$x=\alpha$ の形の式を作って解を求める。ここで使われる等式の性質には、次の４種類がある。

① $a=b$ ならば、$a+c=b+c$
② $a=b$ ならば、$a-c=b-c$
③ $a=b$ ならば、$ac=bc$
④ $a=b$ かつ $c\neq 0$ ならば、$\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{c}$

前に掲示しておくと、生徒は必要に応じて参考にすることができる。

まず、どの等式の性質を使って方程式を解くのかについて、意識させることが大切である。

例えば、方程式 $5x=2$ を解く場合、

発問	等式の性質のどれを使えばいいですか。また、その理由は何ですか？

この発問により、等式の性質が方程式を解く根拠になっていることを意識させる。
その際、

・$5x$ は、$5\times x$ のことであり、x の係数は 5 である。
・方程式を解くには、$x=\alpha$ の形にし、x の係数を 1 にする。

ということを、丁寧に指導する。

また、板書の例としては、

・大切な部分を「枠」で囲むなど強調する。
・操作の意味を「カード」などで示す。

$$5x=2$$
$$5\times x=2$$
$$\boxed{\frac{5\times x}{5}=\frac{2}{5}}$$ …… xの係数を1にする操作
$$x=\frac{2}{5}$$

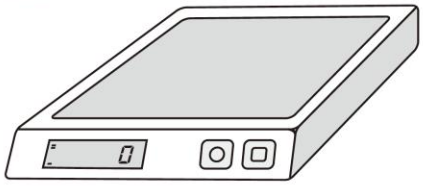
と書くことで、方程式の解法は、一つの等式を同値な関係にある他の等式に変形することであることを理解させる。

○第１学年　正答率の低い問題にみられる誤答例とその分析（活用問題）

8　数百枚の同じ紙が**図１**のように積まれています。この紙の枚数を知りたいのですが，１枚ずつ数えるのは大変です。そこで，20 枚だけ取り出して，**図２**のようなはかりで重さをはかると 80g でした。

図１

図２



このはかりの性能

・1g 単位で測定できる。
・4kg まで測定できる。

（２） 枚数を数えないで，式 $y = 4x$ を使い，この紙全部のおよその枚数を求めるにはどうすればよいですか。その方法を書きなさい。

内容領域・観点の評価	正答率	無解答率
比例、反比例の利用についての見方や考え方	23.3%	33.7%

主な誤答例及び分析

主な誤答例	分　　析
1000枚	「 4kg まで測定できる」という、はかりの性能をもとに、単純に 4kg を紙１枚の重さ 4g で割っている。
20枚の束をたくさんつくる	論理的に説明する力が不足している。
説明が不十分	

分析・考察及び指導のポイント

日常的な事象の中には、比例・反比例と見なせるものが多くある。二つの数量の関係を表やグラフで表し、その関係を理想化したり単純化したりして考えることによって、変化や対応の様子について予測できることを知ることが重要である。

また、問題を解決する際、その方法に関して「何を使うのか」と「どのように使うのか」をはっきりとさせて、説明することができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、紙の枚数とその重さが比例の関係であるとみなし、$y = 4x$（何を使うのか[使う道具]）と　、紙全部の重さを式の y に代入すること（どのように使うのか[道具の使い方]）を取り上げ、他者に分かるように問題解決の方法を説明できるような指導をすることが考えられる。

このような活動を充実するためにも、数学の学習全般にわたり、自分の考えを整理し、論理的に組み立てていく活動や、他者に対して説明する活動を取り入れる必要がある。

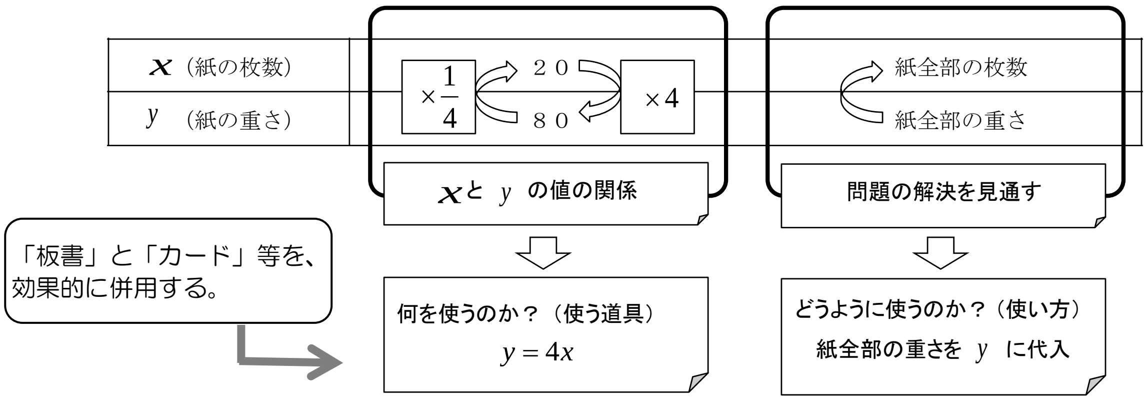
指導事例

「 <u>20枚だけ取り出して，はかりで重さをはかると80gでした。</u> 」　という下線部の情報から、y（紙の重さ）は x（紙の枚数）に比例しているので、$y=4x$ という式で表すことができることを確認する。

次に、

発問　式 $y=4x$ を使ってこの紙全部の重さを求めるためには、何がわかればよいですか？

を用いて、「何を使うのか？（使う道具：$y=4x$）」と「どのように使うのか？（紙全部の重さを y に代入する）」の意識付けを図ることが大切である。そのために、以下のような表と $y=4x$ という式との関連付けについて、ていねいな指導を行う。



さらに、問題解決の方法と手順を論理的に説明することができるような指導が望まれる。

指示　$y=4x$ の式を使って紙全部の枚数を求める方法とその手順について、相手が誤解を招かないように説明してみなさい。

方法と手順の説明（例）

「まず、紙全部の重さを求めます。次に、紙全部の重さの値を $y=4x$ の y に代入して x の値を求めます。この求めた x の値は、紙全部の枚数にあたります。」

なお、具体的な事象を扱う際には、変数や近似値の扱い方に注意する必要がある。本設問においても、求める枚数は整数値となることから、計算をして単純に解を書くだけにならないように注意する必要がある。

5　次の（1）～（3）に答えなさい。

（2）次の①，②に答えなさい。

②　一次関数 $y = 2x - 5$ について，x の値が 2 増加するとき，y の値はいくつ増加するか求めなさい。

内容領域・観点の評価	正答率	無解答率
一次関数の値の変化についての知識・理解	35．8%	11．4%

主な誤答例及び分析

主な誤答例	分　析
2	傾き　2　を答えている。
−1	$y=2x-5$ に $x=2$ を代入して求めた y の値を答えている。 「x の値が 2 増加するとき」という意味を読み取れていない。
−5	切片　−5　を答えている。
5	切片　−5　の符号をとって答えている。

考察及び指導のポイント

この問題は、一次関数の変化の割合から考察し、x の値の増加に対する y の値の増加分を求めることがねらいである。ただ、正答率が３５．８％、無解答率が１１．４％であり、課題がみられる。

誤答例を見ると、一次関数 $y=ax+b$ について、a や b の意味を十分に理解できていないことや変化の割合から考察することが不十分な生徒が多いことが推測される。

一次関数の指導にあたっては、x の係数 a は、x の値が1だけ増加したとき、対応する y の値がどれだけ増加するのかを表していることを理解させる指導の工夫が必要である。単元全体を通して、一次関数の特徴を表・式・グラフでとらえるとともに、それらを相互に関連付ける継続的な指導が重要である。

指導事例

（ｉ）表を利用して求める。

一次関数　$y=2x-5$　の表を用いて値の変化を確認する。

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-9	-7	-5	-3	-1	1	3

1増加　2増加

2増加　4増加

x や y が、「どの値」から「どの値」まで、「どれだけ」変化するのかを、明確に示す。

発問　x の値が1　から2　まで1　増えたとき、y の値はいくつ増えますか？

x の値が1　から3　まで2　増えたとき、y の値はいくつ増えますか？

まず、表から x と y それぞれの増加量を読み取ることができるように指導する。
このとき、「何（x, y）」の値が、「どの値」から「どれだけ」変化するのかについて、どの生徒も確実に把握できているのかどうか、その都度確認しながら進めることが大切である。

（ⅱ）変化の割合を利用して求める。
一次関数においては、変化の割合が x の係数に等しいことを確認する。

発問　一次関数　$y=2x-5$　の変化の割合はいくつになりますか？

$$変化の割合=\frac{y の増加量}{x の増加量}=一定（x の係数）$$

大切な部分を「枠」で囲んだり、「カード」で示す等、強調する。

変化の割合（x の係数）→ $\boxed{2}=\frac{2}{1}=\frac{\boxed{4}}{\boxed{2}}$

$\boxed{4}$ ← y の増加量

$\boxed{2}$ ← x の増加量

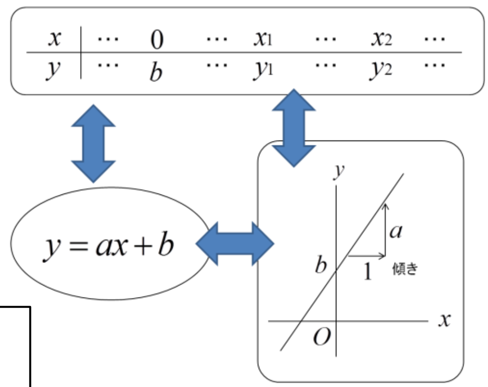
この確認を通して、x の増加量が 2 のとき、y の増加量は 4 であることを気付かせる。

※一次関数の特徴については、表・式・グラフを相互に関連付けて理解を深めさせる指導の工夫が重要である。

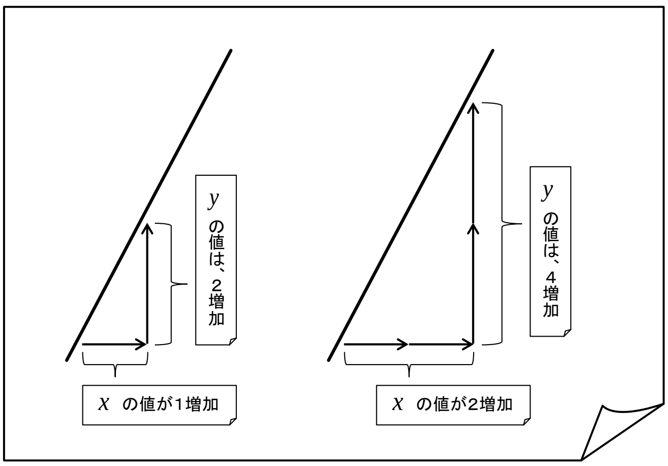
発問　「変化の割合が一定である」ということは、一次関数のグラフのどこに現れていますか？

一次関数の式の x, y の値を表で示したあと、グラフを作成する。この操作を通して、変化の割合はグラフの傾きを決めるものであるということを理解させるとともに、切片の意味についても確認させる。

表・式・グラフの相互の関連付け



※グラフ指導の例



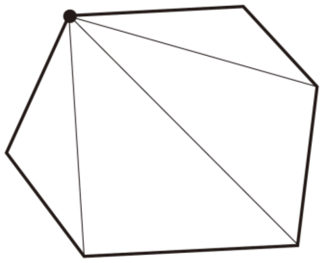
補助的な「説明文」を入れて、記録を残しておく。

8

さおりさんは，多角形の角の性質について学習しています。
次の（1），（2）に答えなさい。

（1）さおりさんは，六角形の内角の和を求めるために，次のような図をかいて考えました。

六角形の場合の図



六角形の場合の説明

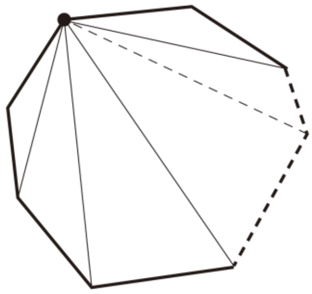
六角形は，1つの頂点から引ける対角線によって，４個の三角形に分けられる。
三角形の内角の和は 180° であり，これら４個の三角形の内角すべての和が，求める六角形の内角の和であるので，

$$180^\circ \times 4 = 720^\circ$$

720° が，六角形の内角の和である。

続いて，さおりさんは，n 角形の内角の和を求めるために，**六角形の場合の図**を参考にして，次のような図をかいて考えています。
六角形の場合の説明にならって，**n 角形の場合の説明**の続きを書き，完成させなさい。ただし，解答用紙には，［　　　］の部分のみ書きなさい。

n 角形の場合の図



n 角形の場合の説明

n 角形は，1つの頂点から引ける対角線によって，

［　　　　　　　　］

この式が，n 角形の内角の和である。

内容領域・観点の評価	正答率	無解答率
多角形の角の性質についての見方や考え方	33.9%	26.7%

主な誤答例及び分析

主な誤答例	分　　　析
三角形の数　６個 内角の和　1080°	問題に示された例の図が八角形であったので、そのまま三角形の数を図から数えて６個と答えている。
三角形の数　n 個 内角の和　$180^\circ \times n$	１つの頂点から引ける対角線によって、n 個の三角形に分けられると考え、そのことを利用して内角の和を求めている。
三角形の数　n 個 内角の和 $180^\circ \times (n-2)$	１つの頂点から引ける対角線によって、n 個の三角形に分けられると考えている。しかし、n 角形の内角の和については、既習の内容として覚えている。

分析・考察及び指導のポイント

この問題は、三角形の角の性質を基にして、多角形の内角の和の求め方を説明することがねらいである。ただ、正答率が３３．９％、無解答率が２６．７％であり、課題がみられる。
誤答例では、「n角形の内角の和は、$180°\times(n-2)$である」ということを既習の内容として覚えているが、その理由について考察することができていない生徒が多いことが推測される。また、問題の読み取りが不十分な生徒も多いことが考えられる。
多角形を１つの頂点から引いた対角線で三角形に分割することで、多角形の内角の和が求められることを、数学的活動を通して指導する。その際、多角形の内角の和が「三角形の内角の和が$180°$である」ことに基づいて明らかにし、既習の内容に結びつけて考えることのよさに気付かせる指導が重要である。また、四角形や五角形などの内角の和を帰納的に調べ、予想を立てたり、説明を考えたりする活動が必要である。

指導事例

n角形の内角の和を表す式を導く活動の設定

①三角形の内角の和が$180°$であることを確認する。
②多角形を三角形に分割させる。
・多角形の１つの頂点から対角線を引く方法
・多角形の内部の１点から各頂点に線を引く方法　など
③三角形の内角の和が$180°$であることを使って内角の和を求める。
④内角の和を、文字を用いた式で表すことが苦手な生徒については、四角形や五角形などの内角の和から帰納的に考えることができるように指導する。

	三角形	四角形	五角形	六角形		n角形
三角形の数	1	2	3	4	・・・	(n-2)
内角の和	180°×1	180°×2	180°×3	180°×4		180°×(n-2)

⑤文字を使って表すことのよさを知らせる。

説明（例）

「どんな多角形であっても、文字を用いてn角形と表せば、１つの頂点から引ける対角線によって分けることができる三角形の数は$(n-2)$個と表現できます。」

「三角形の内角の和は$180°$であるという性質を利用すると、n角形の内角の和は$180°\times(n-2)$と表すことができます。」

「このように、文字を用いると何角形の内角の和でも簡単に表現することができますし、nの文字に具体的な数値をあてはめれば、その多角形の内角の和を計算で求めることができます。」

「文字を使った式は、すばらしい数学の言葉だと言えますね。」

４　授業改善の視点

〇中学校数学における授業改善ための視点

①授業観・指導観の転換

「機械的な計算」や「解法の手順を覚える」という授業ではなく、生徒が「意味を理解する」「納得する」授業への改善が必要です。

②基礎・基本の定着と活用する力を伸ばす学習を取り入れた授業構成

基本の形を学び、練習し、さらに試すというように、１時間の間に繰り返して学習することができるような授業を構成することが必要です。

③数学を活用することの必要性と有用性を実感することのできる授業構成

数学を活用して考えたり判断したりする機会を設け、その必要性や有用性について実感を伴った理解をすることができるような授業を構成することが必要です。

④問題解決を意識した授業構成

どの問題においても、正確な読解が不可欠です。「何が問題となっているのか」を正しく読み取らせるとともに、「どのようにすれば解決できるのか」を考えさせることが重要です。記述を要する問題では、「見いだした事柄や事実」、「事柄を調べる方法や手順」、「事柄が成り立つ理由」等、何を記述するのかを明確に意識させることが必要です。

⑤記述や説明する必要がある機会の設定

数学的な内容について、記述や説明する必要がある機会を授業の中に組み込むことが必要です。その際、生徒には「主語と述語がうまく対応しているか」、「記述や説明の順序は正しいか」、「誤解を招かないか」等、読み手や聞き手を十分に意識させることが大切です。

〈授業改善に関する参考資料〉

・和歌山の教育　基礎・基本（http://www.pref.wakayama.lg.jp/prefg/500200/h24/kyouikukisokihon.pdf）
・どの子も「わかる・できる」授業づくりのアイデア
（http://www.pref.wakayama.lg.jp/prefg/500200/wakarudekiru/wakarudekiru.html）
・全国学力・学習状況調査リーフレット等
（http://www.wakayama-edc.big-u.jp/zenkoku/h21_kyosyokuin_leaf.pdf）