

数学的な見方や考え方を育てる指導の在り方

—図形領域における数学的コミュニケーション活動と学びの共有化—

湯浅町立湯浅中学校
教諭 江川 裕章

1 研究のねらい

2003年、国際教育到達度評価学会（IEA）は、中学2年生を対象に国際数学・理科教育動向調査（TIMSS2003）を実施した。また、同年経済協力開発機構（OECD）は、義務教育修了段階の15歳児を対象に学習到達度調査（PISA）を実施した。これらの調査結果は、2004年12月に公表された。TIMSS2003の調査では、中学校数学の平均点が前回を下回る結果となった。また、PISAの調査では、数学的リテラシー全体の平均得点が534点で1位グループに属しているが、前回より23点低くなった。さらに、いずれの意識調査でも、数学への興味・関心や数学の勉強の楽しさに関する質問では、望ましい結果を得ることはできなかった。

これらの調査結果から、中学校では、数学科学習指導要領の目標である「数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用しようとする態度を育てる（※1）」ことに一層取り組んでいく必要がある。

本研究では、数学的な見方や考え方を育てる学習活動を工夫し、問題解決的な学習を取り入れることで、生徒の主体的、創造的な学習をより発展させることができると考える。

2 研究仮説

数学の学習において、試行錯誤しながら仮定から結論へと学び、深めていくことは、生徒にとって大切な活動である。その過程で、他者の考え方に触れながら課題解決することが、数学的な見方や考え方を深めるためにも重要であると考え。そこで、本研究では、数学的活動に数学的コミュニケーション活動や自己評価活動を取り入れる。

このことから、次のような仮説を設定した。

研究仮説

数学的活動に数学的コミュニケーション活動や自己評価活動を取り入れることで、学びの共有化、自己との対話を促し、生徒の数学的な見方や考え方を育てることができる。

ここでの数学的コミュニケーション活動とは、数学が構成されていくときの中心となるコミュニケーション活動である。

3 研究の内容と方法

(1) 研究の視点

数学的活動は、図1のように具体的操作や観察、実験が可能な外的活動と、類推したり、振り返って考えたりするなどの内的活動に分けられる。

これら2つの活動が、児童生徒の発達段階に応じて、学習活動の中に適切に組み込んでいく必要がある。特に中学生の場合、外的から内的、内的から外的というように、循環的な活動になることが大切であると考え。

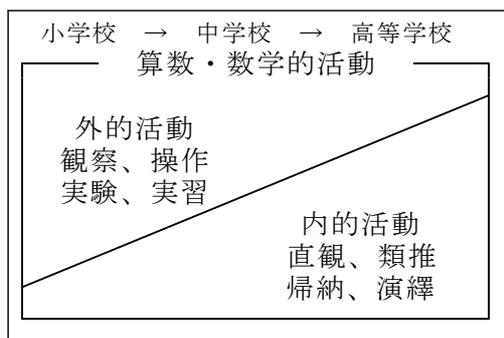
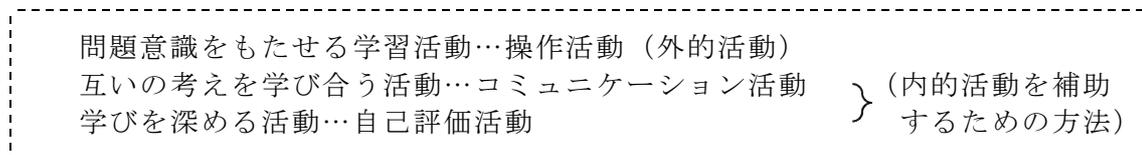


図1 発達段階から見た数学的活動

そこで本研究では、数学的活動における外的活動から内的活動全般にわたって、学級での学びの共有化や自己との対話を促すことで、数学的な見方や考え方を育てる指導方法について考察する。

授業に取り入れる3つの活動のねらいを以下に示す。



これらの活動を通じて、互いの考えを学び合い、自分の考えを見直したり、新たな気づきに出会えるなど、学びの深まりが期待できる。さらに、そのことを通じて、学級集団の学びも深まると考える。

(2) 数学的コミュニケーション活動

数学的な見方や考え方を育てる方法の一つとして、数学的コミュニケーション活動が考えられる。これに関する学習活動での役割や形態を次に示す。

一般的なコミュニケーション活動の方法は、話す、示す、議論する、読む、書く、観察する、モデリングを行う、実演するなどがある。

コミュニケーション活動の形態は、図2に示すようなものが考えられる。生徒は、このような形態の中で、いろいろな方法を用いながら、他者や自己との対話を深めていく。対話を深めることは、自分の中で思考を再構築することになる。

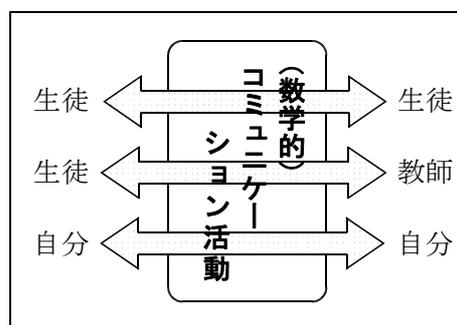


図2 コミュニケーション活動の形態

よって、数学的コミュニケーション活動の役割は、自他の数学的な見方や考え方を再考し、自己の考えを見つめる眼を養うことにある。

次に、授業での数学的コミュニケーション活動の形態を図3に示す。本研究では、授業に問題解決的な学習を取り入れ、図3に示す4つの学習過程に分けて行う。

問題把握場面では、生徒の興味や関心を高めるために、操作活動を取り入れる。生徒は、問題と向き合い、課題に気づくことができるようになる。

見通しをもつ場面では、生徒同士または指導

問題解決過程	主な学習活動	数学的コミュニケーション活動
問題把握 ↓	・操作活動をする。	<見通しをもつための交流> 生徒同士の対話 生徒と教師の対話
見通し ↓	・問題の整理をする。 ・表や図や式に表す。 ・規則性を発見する。 ・既習内容を確認する。 ・操作活動から類推する等。	
課題解決 ↓	・操作活動や表、図、式から意味づけをする。 ・筋道を立てて考える。 ・根拠を明らかにしながら推論する等。	<考えを深めるための交流> 生徒同士の対話 生徒と教師の対話 自己との対話
自己評価	・より簡潔にする。 ・より明確にする。 ・他の場合について考える等。	<見方や考え方を育てる交流> 自己との対話

図3 問題解決過程における主な活動内容と数学的コミュニケーション活動

者との対話を通じて、課題解決の見通しを立てることができる。

次に、課題解決場面は一斉授業やグループ学習などの授業形態とも関わるが、自力解決を基本に据えて取り組ませる。ここでの活動は、数学的な見方や考え方を育てる上で大切であると考えている。なぜなら、生徒はコミュニケーション活動を通して他の考え方に出会い、自己の考えを深めることにつながるからである。

最後に自己評価場面では、他者との関わりから数学的な見方や考え方を比較・検討させる。この活動から生徒は、自己の見方や考え方を再考し、数学的な見方や考え方

のよさに気づいたり、新たな課題に出会ったりすることになる。

(3) 検証授業

ア 授業の概要

(ア) 期間 平成16年10月29日（金）～11月12日（金）

(イ) 対象 湯浅町立湯浅中学校 第3学年

(ウ) 題材名 円周角の定理

(エ) 題材の目標

円周角の定理を、既習事項を根拠として、論理的に筋道立てて推論することができるようにする。さらに、その推論の過程を正しく表現できるようにする。

(オ) 指導にあたって

国立教育政策研究所教育課程研究センターが平成13年度に実施した小・中学校教育課程実施状況調査結果から、第3学年の観点「数学的な考え方」の実現状況を見る問題では、設問の半数以上（63問中32問）が設定通過率を下回る結果となった。その中で、円周角の定理の証明問題の通過率が37%であった。

円周角の定理は、第2学年で学習した内容であるが、復習及び発展的な課題として第3学年で実施することにした。

授業では生徒の考える時間を十分に確保し、推論の過程を図や記号を使って簡潔に表現させていきたいと考えている。これは、数学的な考え方の一つである演繹的に推論する力を身に付けさせるための重要な点である。また、互いの考えのよさを感じ取らせるために、他の解決方法にも触れさせていきたい。

イ 学習指導の工夫

(ア) 生徒の実態把握

学習を進めるにあたり、生徒の学習状況を把握する必要がある。そのために、レディネスチェックを実施する。レディネスチェックは、既習内容がどの程度身に付いているかを調べ、指導計画に生かすためのものである。また、生徒一人ひとりの学習状況を把握し、個別指導や授業での支援に活用する。

(イ) 操作活動

生徒が操作活動から課題解決へ意欲をもって取り組めるように工夫する。具体的には、操作活動を通して帰納的に円周角の定理を予想させる。予想したことが正しいかどうかを、作図ツール Geometric Constructor（愛知教育大学助教授飯島康之氏作）を利用して確認する。その際、図形を動的に捉えさせることで、図形にはいろいろな状態があることを知らせ、証明の必要性を感じ取らせていく。

(ウ) 数学的な見方や考え方を育てるために

数学的な見方や考え方を育てるための一つの方法として、数学的コミュニケーション活動を用いる。生徒同士や生徒と指導者の対話を活発に行わせるためには、生徒にどのような方法を使って表現させるかを工夫する必要がある。例えば、ワークシートは、考え方を自由に表現できるように問題だけを示す。また、生徒の考え方の表現や表記は、言葉や図、表、式などの多様な表し方を認めるようにする。

次に、学級の雰囲気づくりが重要である。一般的に、中学生になると自ら進んで発表をすることに抵抗を覚えるようになる。そこで、生徒の発表内容が間違っただとしても、なぜ間違っただかも含めて、お互いの考えに共感し合える雰囲気をつくっていく。また、見方や考え方のよさを認め合い、発展させようとする雰囲気も大切にする。

3(2)で示したが、課題解決場面を数学的な見方や考え方を共有する場とする。その場面で、生徒が話し合いを行う上での観点を整理する。

生徒が話し合う形態として、全体とグループの2通りがある。全体での話し合いでは、どの考えが役に立ちそうか、その方法は正しいか、よりよい考えにでき

ないかなどを意識させる。グループでの話し合いでは、生徒同士が図や式を使って自分の考えを説明する、考えの似ている点や異なっている点をはっきりさせる、参考になったことをワークシートへ書き込んでおくなどを意識させる。

これらの話し合いを通して出てきた意見や考えを、学級全体の場に取り上げ、全員で考えるようにする。

(エ) 自己評価活動

課題解決の過程を振り返って、数学的な見方や考え方が「自分の考えがどのように変わってきたのか」「どの発言が自分の考えの修正に役立ったのか」「これまでの考えはどの疑問を解決するときに使いたいと思うのか」などを中心に自己評価活動をさせる。

ウ 指導と評価の一体を目指して

学習指導要領総則編では、評価に関して「生徒のよい点や進歩の状況などを積極的に評価するとともに、指導の過程や成果を評価し、指導の改善を行い学習意欲の向上に生かすようにすること（※2）」と記されている。数学的な見方や考え方を評価するにあたり、大まかな評価にならないように注意する必要がある。そのためには、評価計画の系統性や具体性が必要である。図4に示すような単元と評価基準のマトリックス、評価基準表、単元の指導計画と評価計画、そして学習指導案及び授業計画案を段階的に作成する。学習指導案や授業計画案では、具体的な学習内容や評価内容を示すことになる。このような段階を踏まえて授業を計画することは、授業改善のために大切であると考え

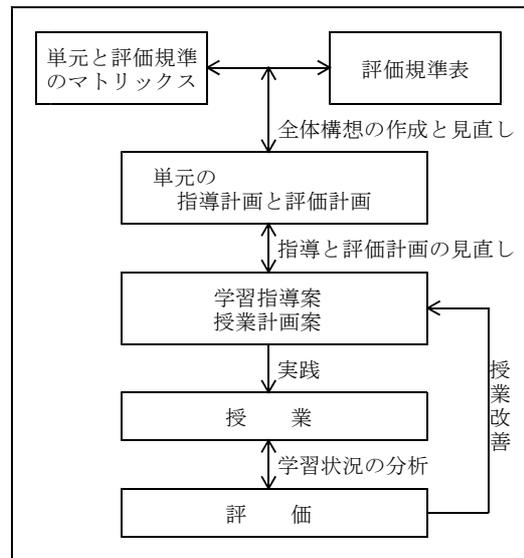


図4 授業構想のプロセス

次に、授業中の評価、ワークシートや自己評価カードから得られた情報をデータベース化する。毎授業終了時に、生徒の評価情報を入力し、図5に示す個人カルテを作成する。

このように個人情報を整えることで、生徒の学習状況を系統的に把握することが

ができる。さらに、単元別や学年全体の観点別学習状況から授業を分析し、授業改善のポイントを明らかにすることができる。

(4) 指導計画と評価計画

表1に指導計画と評価計画を示す。表中の（関・意・態）、（見方や考え方）、（表・処）、（知・理）は、それぞれ数学への関心・意欲・態度、数学的な見方や考え方、数学的な表現・処理、数量や図形などについての知識・理解を略したものである。また、GCは作図ツール Geometric Constructor を略したものである。

個人カルテ 《観点別評価》		ID	組 番		氏名		グラフ	6	三角形
単元名	小単元名	関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量・図形などに対する知識・理解				
式の計算	1 式の計算	A	B	A	A				
連立方程式	2 連立方程式	A	B	B	A				
一次関数	3 一次関数とグラフ	A	A	A	B				
図形の調べ方	4 平行と合同	A	B	B	A				
	5 図形と証明	A	A	B	A				
図形と合同	6 三角形	A	A	A	A				
	7 平行四辺形								
確率	8 確率								
《評価場面表》									
単元名	小単元名	関心・意欲・態度	見方や考え方	表現・処理	知識・理解	授業後の感想・質問			
式の計算	1 式の計算	6	5	7	6	コンパスを使って位置を決めたが三角定規を使うと、いい感じにできることがわかって面白かった。			
連立方程式	2 連立方程式	5	4	5	5	上手く作図できてよかった。垂直二等分線の作図は入り組んだと思った。			
一次関数	3 一次関数とグラフ	4	4	6	5	一応まとめたのでよかった。円周角も奥が深かった。			
図形の調べ方	4 平行と合同	5	5	5	5				
	5 図形と証明	5	5	5	6				
図形と合同	6 三角形	3	6	4	5				
	7 平行四辺形								
確率	8 確率								
合 計		26	30	32	32				

図5 個人カルテ

次時	学習内容	評価計画			
		指導上の留意点	観点別評価標準	おおむね満足できると判断される視点	
円周角の定理	1 レディネスチェック	・生徒一人ひとりの学習状況を把握する。			・放課後に面談や補習を実施する。
	2 操作活動を通して、円周角の定理を発見する。	<ul style="list-style-type: none"> GCで軌跡を表示することにより、円周角が円周上に存在することを確認させる。 個人追求を基本とする。生徒一人ひとりの考え方を把握し、授業に生かすようにする。 反対方向の円周角は、GCを利用して確認する程度にとどめる。 	<ul style="list-style-type: none"> 操作活動を通して見出した図形の性質に関心をもち、意欲的に問題の解決に取り組もうとする。(関・意・態) 円周上にできる角について、どのような性質があるか気づくことができる。(見方や考え方) 円周角の意味及び円周角と中心角の関係を理解している。(知・理) 	<ul style="list-style-type: none"> 60°の角の位置を、三角定規やコンパスなどを活用しながら意欲的に見出そうとする。 操作活動を通して、円周角と中心角との関係を見出し説明することができる。 操作活動から円周角の意味や円周角と中心角の関係を理解しワークシートにまとめることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 三角定規、コンパス、分度器を活用して、60°の角を見出せるように支援する。 他の生徒の考えたことや気づいたことを紹介する。 机間指導で円周角の意味や円周角と中心角の関係を整理できるように支援する。
	3 円周角の定理を証明する。	<ul style="list-style-type: none"> 証明を考える時間を十分確保する。 生徒同士がコミュニケーションを図れるようにする。 円周角の位置によって証明の分類が必要となる。生徒場合には、すべての場合について考える必要があることを知らせる。 円の中心Oが、(ア)∠APBの内部 (イ)∠APBの边上 (ウ)∠APBの外部 仮定や結論、根拠を明確にできるような板書の仕方を工夫する。 	<ul style="list-style-type: none"> 論理的に推論を進めようとする。(関・意・態) 既習事項を利用して、円周角と中心角の関係を考察することができる。(見方や考え方) 推論の過程を的確に表現することができる。(表・処) 	<ul style="list-style-type: none"> 文字や図を活用しながら、筋道立てて考察し、推論を展開しようとする。 円の中心Oが、(ア)∠APBの内部 (イ)∠APBの边上の場合について、既習事項を根拠として証明することができる。 証明の仕組みを理解し、すでに正しいと認められている事柄を根拠として結論まで導くことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 机間指導で二等辺三角形の性質に着目させ、円周角と中心角との関係に帰着できるように支援する。 机間指導で、三角形の内角と外角の関係について確認する。 仮定や結論を明らかにし、証明に必要な既習内容を整理できるように支援する。
	4 円周角の定理を他の補助線から証明する。	<ul style="list-style-type: none"> 発展的な課題であるため、証明を考える時間を十分確保する。 生徒同士がコミュニケーションを図れるように配慮する。 	<ul style="list-style-type: none"> 見通しをもって補助線を引くことができる。(見方や考え方) これまで学んだ性質を根拠として演繹的に証明を考えることができる。(見方や考え方) 	<ul style="list-style-type: none"> 既習事項を活用することに気づき、補助線を引くことができる。 文字や図を活用しながら既習事項を根拠として結論まで導くことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形や凹四角形に気づかせるように支援する。 図から明らかになることを整理できるように支援する。

表1 指導計画と評価計画

4 検証授業の分析と考察

(1) 研究仮説の検証

数学的活動に数学的コミュニケーション活動、そして自己評価活動を取り入れ、相互に関連させることで、生徒の数学的な見方や考え方が育つことに着目して研究を行ってきた。ここでは、外的活動として行った操作活動、内的活動の補助的な2つの活動について分析と考察を行う。

ア 操作活動

操作活動では、図6のような導入課題を設定した。

生徒は意欲的に操作活動に取り組んだ。ある生徒はコンパスを、別の生徒は三角定規などを利用して、条件を満たす点をワークシートへ書き込んだ。操作活動の結果は、

課題

海上には、船が一隻航行しています。船上から海岸線を見ると、右から順に広川灯台、栖原灯台が並んでいます。

このとき、航海士は広川灯台と栖原灯台のなす角を測量すると60°でした。地図の上に船の位置を書き込みましょう。



図6 導入課題

一カ所だけ点を取った生徒と複数の点を取った生徒に分かれた。異なる操作活動を行った2人の生徒を指名し、どのような方法で条件を満たす点を決定したのかを実演させた。一カ所だけ点を取った生徒は、無数に点を取ることができることに驚いた様子だった。なぜなら、これらの生徒はコンパスで正三角形を書き、 60° の位置を決定したため、1点しか気づくことができなかつたからである。

次に、生徒が問題意識をもつ場面で、点の位置がどのような線上に存在するのかという多くの生徒が問題意識をもつ課題に対しては、ほとんどの生徒が円周の一部になることを予想した。ここでは、図7のように作図ツールを用いて、 60° の角を一定に保ちながら図形を動かした。生徒は、その動点の軌跡を見て、次のような感想をもった。「三角形が動くなど、とてもわかりやすかった」「パソコンで図を動かしてすごいと思った。こういう風なやり方が私にはすごくわかりやすかった。また、このようなことをしてほしい」などがあつた。これらの感想は、生徒の図形に対する静的イメージが動的イメージに変化したことによる驚きを表している。

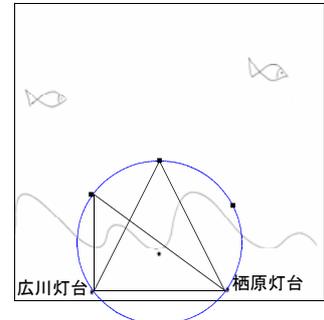


図7 軌跡を表示したイメージ

よって、作図ツールを活用したことで、漠然とした図が明確になり、生徒の理解を補助することに役立ったといえる。

このような操作活動を通じて、生徒は円周角の定理に気づくことができた。さらに、生徒は図形に対する新鮮な印象をもち、次の論証への意欲が高まった。したがって、操作活動を取り入れることは、生徒の学習意欲を喚起させることにつながるということが分かつた。

イ 数学的コミュニケーション活動

課題解決場面では、補助線の引き方を工夫して、円周角の定理を証明する。

既習事項を活用しようと試行錯誤しながら補助線を書き入れる生徒と、見通しが立たずに悩んでいる生徒に分かれた。そこで、悩んでいる生徒には、「相談して考えてもいいよ」と指示した。生徒はあちらこちらで相談を始めた。

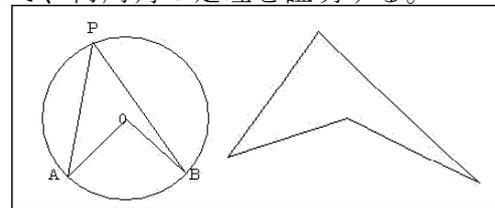


図8 円周角と凹四角形

生徒は、円周角の定理を学習する以前に、図8に示す凹四角形の角について学んでいる。よって、円周角の定理を証明するとき、図8の円周角と凹四角形の形の類似性に着目して考えていくことが可能である。生徒は、円周角の定理の証明を考える上で、凹四角形を学習した際に用いた考え方である三角形の内角・外角の関係などを活用できるような補助線の引き方を考えなければならない。しかし、相談してもそのことに気づかない生徒もいた。そこで、補助線を書き込めない生徒には、「円周角と似た形を勉強したよね」と助言すると、三角形や凹四角形に気づき始めた。このことから、生徒は常に何か新しいことを学習しているように捉えてしまつて、既習事項を活用することに気づかずにいたことが分かつた。

学級によって多少の差はあつたが、生徒は3～4種類の補助線の引き方に気づいた。補助線の引き方について、「最初こんな所に補助線を引いてどうすんのやろって思ったけど、友達の説明を聞いていたらわかつてきた」という感想を述べる生徒がいた。波線部は、補助線が引けなかつた生徒やこの引き方に気づかなかつた生徒が抱いた気持ちである。このような感想をもつた生徒がいた理由として、次の2点が考えられる。1点目は、なぜこの位置へ補助線を引くのかという指導者の説明が不十分であつたことである。2点目は、既習事項を活用することに気づかせていないことである。これらを解決するには、指導者が生徒の立場に立って、擬似的に証明を考える様子を紹介するなど、思考のプロセスを明らかにする必要がある。

ウ 自己評価活動

自己評価活動において生徒は、課題が解決できた、できなかったという結果に重点を置き過ぎと考え、自他の関わりから自己評価をさせた。

図10に自己評価カードの例を示す。自己評価欄は、それぞれの活動に対して、自分の考えを書き出す。次に課題解決の際、途中で分からなくなった点を書き出す。そして、誰のどのような考えやアイデアで疑問が解消したのかを書くようにさせた。

生徒の感想には、「みんなのいろいろな考えなどが聞けてとてもわかりやすかった。本当にその意見があっているか考えるのも面白かった」「いろいろな証明方法があることがわかった。もっと考えてみたい」などの学習意欲につながるものがあった。

次に、自己評価カードに設けた『疑問や分からなかった点を書きましょう』の欄は、指導者にとって重要な部分となった。生徒の疑問として出された内容については、放課後の時間を使って個別指導を行った。どのようなことに疑問をもったのかを聞き取り、指導することで、その生徒の数学的な見方や考え方を深めることにつながった。また、数学の学習に対する意欲や関心を高めることにもなったと考える。また、個人の疑問を学級全体に返すことで、学級の学びに深まりもでてきた。この欄に書かれた内容から、指導者は生徒がどの段階でつまずき、悩んでいるかを把握することができる。さらに、生徒の記述内容から共通するキーワードを見つけることは、授業改善のヒントを探ることにもつながる。

よって自己評価活動は、生徒が自己との対話を深め、自己の成長を実感し、次の学習への意欲を高めていくという活動につながると思われる。また、指導者が授業改善を図る上で資料となる。

上記ア、イ、ウから、総じて数学的コミュニケーション活動や自己評価活動が、数学的活動と関わって、生徒の数学的な見方や考え方を育てることに影響していることがわかった。

(2) 生徒Dのプロトコル

図11に数学的な見方や考え方に変容が見られた生徒Dのプロトコルを示す。

生徒Dは自己評価カードの中で、以前から論証問題が苦手であることを述べていた。

しかし、今回の授業を通して、生徒Dは「1つの問題でもいろいろな解き方があり、自分に合うやり方で解いていけばいいと感じた」また「たくさんの解き方があって面白い」と感想を述べている。苦手意識から面白いと感じるようになった変容には、数学的な見方や考え方が育っていることを見て取ることができる。具体的な変容は、図11の波線部分である。生徒Dは、課題解決の過程で数学的な考え方としての記号化に気づき、授業終了時に証明の簡潔さにも気づいている。記号化の考え方とは、記号に表していこうとする考え方と、記号化されたものを読んでいこうとする考え方である。おそらく生徒Dは、前者の記号表記で思考を整理し、証明のプロセスを明確に示そうとしたと考える。そして、3つの証明を比較・検討することにより、証明は補助線の引き方しだいで簡単にも複雑にもなることに気づき、その簡潔さに面白さを見出している。これは、数学的な見方や考え方の変容だけではなく、数学を学ぼうとする意欲の向上にもつながっている。

生徒Dの自己評価カードには、何がきっかけで記号化に気づいたのか書かれていなかった。考えられる要因は、生徒同士の対話や指導者の指示、板書内容などの外的要

自己評価カード タイトル『内角の定理』	
今日の学習内容を他の人との関わりから振り返ってみましょう。 A-よかった、B-わかりにくいところもあった。C-分からなかった。	
自己評価	それぞれの課題を考えた過程で感じたことを書きましょう。 また、他の人の意見や考えを参考にすることができましたが、具体的にどのような意見や考えを参考にしたのかも書きましょう。
課題A	よくわかりました。外角を使うととても便利だと思いました。(等辺三角形の性質を)
課題B	これはよかったです。自分で発見できました。 たたくABC とか使ったのでやりました。 このつぎの辺の長さを使ったのがポイント。
他の疑問点	途中で自分なにかかんがえてみたんですけど、どうして途中のところがあつたのか、そのCOのところがどうして、三角形の角の性質を使ったら、解けなかったのか、わからなかった。でも外角を使うと内角の性質を使えばいい。
今日の授業で、問題を解決するにあたり、疑問に思った点やわからなかった点を解くに気づいたことやよかったことを書きましょう。	
二番目の証明で三角形の外角を求めたのでいいと思いました。(あと内角ばかり考えてました)	一番さいごの証明が少しもろいんですけど、おかげでまた教えることができました。
今日の授業の感想を書きましょう。 疑問が解消されたと思った。それをいかに今まではできなかったことをおぼえていこうとできた。	
()年()組()番 氏名()	

図10 自己評価カード例

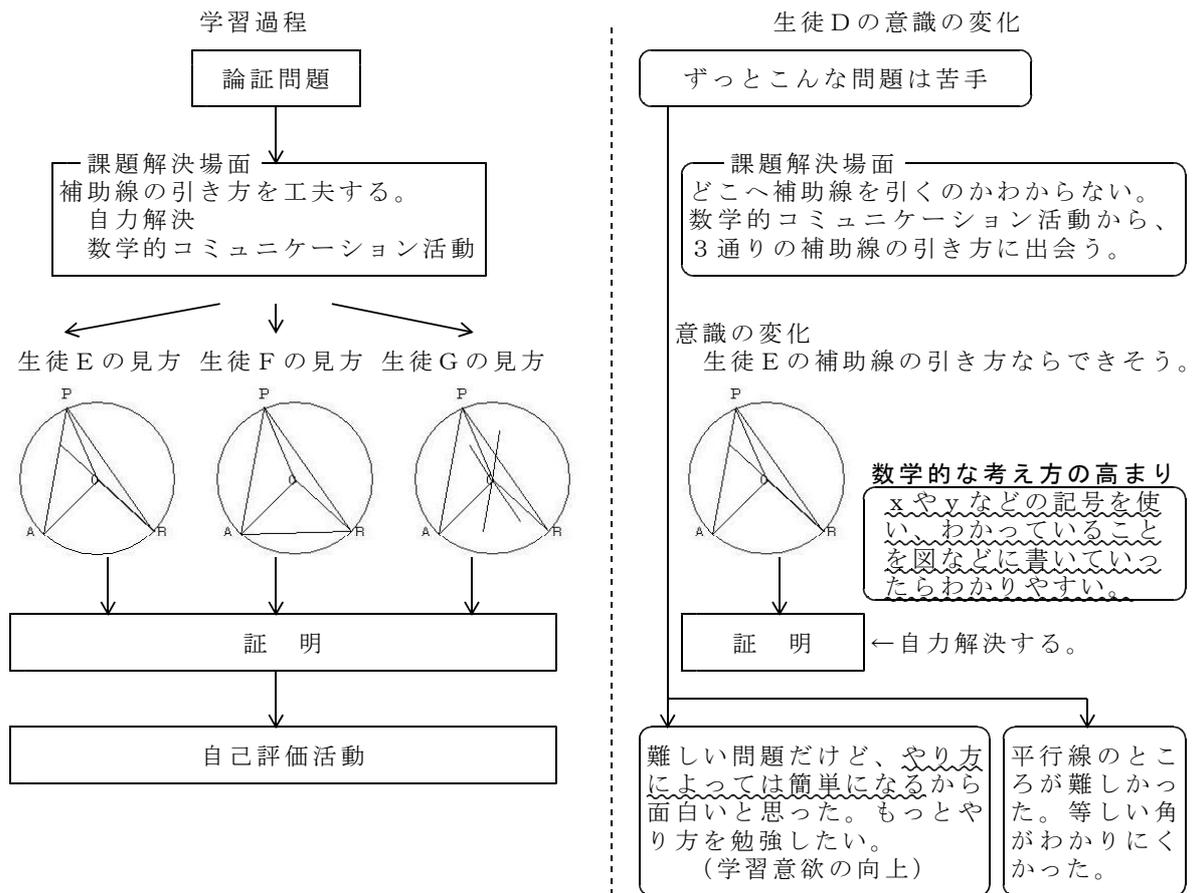


図11 数学的な見方や考え方が高まった生徒のプロトコル

因が記号化の考え方に繋がったと推測される。

次に、生徒Dは疑問に思った点や分からなかった点として、平行線を使った証明を挙げている。この証明では、「等しい角がわかりにくかった」と記している。学習前に行ったレディネスチェックでは、平行線の同位角・錯角に関する問題を出題しており、生徒Dはこの問題を正答していた。このことから、生徒Dは、平行線の同位角や錯角の位置関係を理解し、それらを用いた基本的な図形について認知できていたと考えられる。しかしながら、引かれた補助線によって複雑になった図形については、等しい角を見つけることが容易でなかったと推測できる。このことから、生徒Dがこの証明を理解するために図形を簡潔に書き直し、順に等しい角を見つけることで、分かりにくいと思った点を解決することができたと思われる。

本研究では、自他との関わりから数学的な見方や考え方を捉えさせた。生徒は、自他の数学的な見方や考え方を比較・検討し、互いの考えを学び合うことができた。さらに、自分の考えを見直したり、新たな気づきに出会うなど、学びの深まりをもつことができたと思われる。

このようなことから、生徒の数学的な見方や考え方を育てることだけでなく、学習意欲の向上にもつながった。

最後に、数学の学習では数学的な見方や考え方を育むために、図12に示すような数学的コミュ

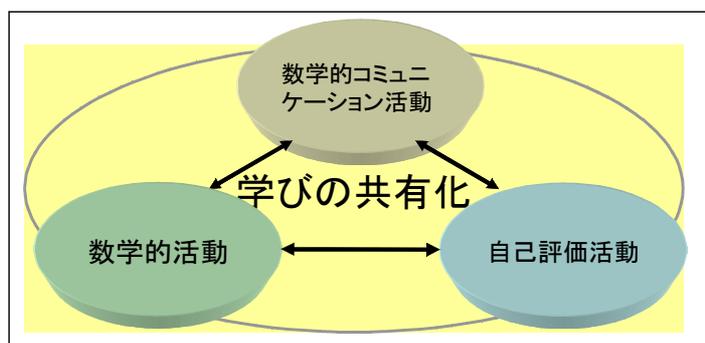


図12 学びの共有化

ニケーション活動と自己評価活動、そして数学的活動が相互に作用し、生徒の学びを深めていくことが分かった。このことから、学級における生徒一人ひとりの学びが共有されていくことで、数学的な見方や考え方を育むことに効果があるといえる。

5 研究のまとめ

(1) 本研究から明らかになったこと

- ・ ワークシートや自己評価カードの分析からいえることは、学びの共有化、自己との対話を促すことで、数学的な見方や考え方を育てることができる。
- ・ 観点別評価や自己評価カードに記入された生徒の言葉をデータベース化することで、生徒の苦手とする観点や学習内容が明確になり、次時の授業や個別指導に生かすことができた。また、生徒一人ひとりの単元別の評価から、授業の改善すべき点を探ることができると思われる。
- ・ 数学的な見方や考え方は、各領域と関わって指導していく必要がある。1つの領域や単元の中での授業改善だけではなく、他の領域との関係に着目しながら、指導計画や評価計画の見直しなど、授業改善に取り組んでいく必要がある。
- ・ コミュニケーション能力を育成する観点から、表現や討議などの技能面と態度の両面から研究していかなければならない。

(2) 本研究の「学びの共有化」から見えてきたこと

4 (1)で示したように、生徒は、数学的コミュニケーション活動、自己評価活動を取り入れた数学的活動から学びを深めていった。一斉授業の中で生徒は、多様な見方や考え方に触れ、それらを自己の見方や考え方と比較・検討し、数学的な見方や考え方のよさや面白さに気づいたことが明らかになった。このことは、生徒の主体的な学習活動の第一歩につながる。

しかし、本研究を通して、数学的な見方や考え方を育てる過程で、観点別評価の関心・意欲・態度、数学的な表現・処理、数量や図形などについての知識・理解が密接に関わってくることが分かった。したがって、授業では4観点がバランスよく身につけられるように工夫していくことが大切である。また、生徒の主体性の形成にとって、数学的コミュニケーション活動や自己評価活動は欠くことのできないものとして充実させていきたいと考えている。

今後、基礎基本の定着はもちろん、生徒の数学を学習する意欲を高め、そして追究へと広げていけるように取り組んでいきたい。

<引用文献>

- ※1 文部省 『中学校学習指導要領 解説－数学編－』 p12 大阪書籍(1999)
- ※2 文部省 『学習指導要領総則編』 p121 東京書籍(1999)

<参考文献>

- ・ G.Polya (柿内 賢信訳) 『How to Solve it (いかにして問題を解くか)』 丸善株式会社(1954)
- ・ 佐伯胖、佐藤学、藤田英典編 『学びへの誘い』 東京大学出版会(1995)
- ・ 片桐 重男 『数学的な考え方の具体化』 明治図書(1988)
- ・ 片桐 重男 『問題解決過程と発問分析』 明治図書(1988)
- ・ 金子良通 『算数科・新しい授業づくり 数学的コミュニケーション能力の育成』 明治図書(1998)
- ・ 文部省 『中学校学習指導要領解説－数学編－』 大阪書籍(1999)
- ・ 根本博 『数学的活動と反省的経験』 東洋館出版(1999)
- ・ 国立教育政策研究所 教育課程研究センター
『平成13年度 小中学校教育課程実施状況調査報告書 中学校数学』 ぎょうせい(2003)
- ・ 国立教育政策研究所編
『生きるための知識と技能2 OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA)』 ぎょうせい(2004)